УДК 550.83.016

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ МЕТОДОВ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И ИСТОКООБРАЗНОЙ АППРОКСИМАЦИИ АНОМАЛИЙ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ, ИЗМЕРЕННЫХ НА ПРОИЗВОЛЬНОМ ДИСКРЕТНОМ МНОЖЕСТВЕ ТОЧЕК: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

© 2017 С.А. Тихоцкий, Д.Ю. Шур

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики Земли им. О.Ю.Шмидта Российской академии наук; e-mail: sat@ifz.ru

Показано, что метод оптимальной по Колмогорову — Винеру интерполяции (фильтрации) аномальных потенциальных полей, заданных на произвольном дискретном множестве точек в пространстве, эквивалентен методу истокообразной аппроксимации, при условии специального выбора модельных корреляционных функций. Данный результат является обобщением аналогичного факта, установленного ранее в работах В.М. Гордина с соавторами для частного случая поля, заданного на плоскости. Построен дискретный аналог уравнения Винера — Хопфа. Указано на способ выбора модельных корреляционных функций (что соответствует способу размещения и параметризации аппроксимирующих источников), обеспечивающий указанную эквивалентность. Предложен алгоритм решения задачи. Полученный результат имеет значение для задач интерполяции и редуцирования аномалий потенциальных полей Земли с учетом нерегулярности и разновысотности систем наблюдений, а также — с учетом сферичности Земли.

Ключевые слова: оптимальная интерполяция аномальных полей, обработка геофизических данных.

ВВЕДЕНИЕ

В работе (Гордин и др., 1980) демонстрируется, что методы оптимальной по Колмогорову-Винеру фильтрации (интерполяции) аномальных потенциальных полей (гравитационного, магнитного) эквивалентны методам истокообразной аппроксимации (Аронов, 1963; Bjerhammar, 1962), при условии специального выбора модельной корреляционной функции сигнала и шума. Именно: модельные автокорреляционные функции (АКФ) сигнала $B_f(x)$ и шума $B_\eta(x)$ принимаются равными полю элементарного источника аномалии (точечной массы, магнитного диполя, вертикального стержня и др.), расположенного на глубине h_f и h_η соответственно. Глубины h_f и h_η и отношение сигнал-шум $\rho = B_f(0)/B_\eta(0)$ рассматриваются как параметры, варьируя которые добиваются наилучшего соответствия между выборочной оценкой нормированной АКФ наблюденного поля и модельной нормированной АКФ $R_f(x;h_f)+\rho R_\eta(x;h_\eta)$. Как видно, сигнал и шум полагаются некоррелированными, стационарными и изотропными (если измерения проводятся на площади). Показано (Гордин и др., 1980), что в этом случае оптимальная фильтрация тождественна аппроксимации наблюденного поля совокупностью элементарных источников, расположенных на глубинах h_f и h_η. Поле источников, расположенных на глубинах h_f порождает оценку сигнала, на глубинах h_η — оценку шума.

Данное обстоятельство весьма полезно с практической точки зрения, поскольку позволяет строить оптимальный фильтр для разделения и интерполяции аномальных полей, удовлетворяющих уравнению Лапласа, будучи одновременно уверенными, что результат фильтрации (интерполяции) является гармонической функцией, удовлетворяющей уравнениям соответствующего физического поля.

Доказательство, проведенное в работе (Гордин, 1980), выполнено при ряде упрощающих предположений. Предполагается, что значения аномального поля заданы на плоскости и при регулярной сети наблюдений. При выводе формул используется аппарат преобразования Фурье. В практике интерпретации наблюдения, в большинстве случаев, проводятся по нерегулярной в плане системе той или иной степени неоднородности. Современные требования к точности интерпретации аномалий потенциальных полей делают также необходимым учет различий в высоте пунктов наблюдения (Бабаянц и др., 2006). Кроме того, при региональных исследованиях необходимо принимать во внимание кривизну поверхности Земли (Страхов и др., 1989).

Таким образом, представляется актуальным рассмотрение вопроса об эквивалентности методов истокообразной аппроксимации и оптимальной фильтрации на более широком классе систем наблюдений, адекватном практике. В настоящей работе построена соответствующая теория для произвольной дискретной системы наблюдений и указано на выбор модельной функции, необходимый для существования эквивалентности.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим случайное поле $u(\mathbf{p}_i)$, измеренное в N точках $\{\mathbf{p}_i\}, i=1,\ldots,N$, произвольного n-мерного метрического пространства. То есть, каждая точка $\mathbf{p}_i$ — суть вектор, характеризуемый совокупностью n координат (не обязательно Декартовых): $\mathbf{p}_i = \left(p_i^1,\ldots,p_i^n\right)$. Каждую пару точек $\left(\mathbf{p}_i,\mathbf{p}_j\right)$ можно охарактеризовать разностным вектором $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i$.

Рассмотрим некоторые примеры. В случае локальных исследований сферичностью Земли можно пренебречь. В этом случае естественно ввести декартову систему координат (x,y,z). Компоненты разностных векторов определяются обычным способом, как разности соответствующих координат. Предположим, что поле стационарно в горизонтальных плоскостях. Поскольку амплитуда потенциальных полей зависит от расстояния до источника, то стационарность в вертикальном направлении, очевидно, отсутствует. Однако, если различие между высотами пунктов наблюдений мало по сравнению с расстоянием до источников аномалий (что, как правило, имеет место в практике), то можно считать поле стационарным в соответствующем диапазоне высот. В этом случае корреляционная функция поля является функцией трех скалярных аргументов: $B_u = B_u(\mathbf{r}) = B_u(\Delta x,\Delta y,\Delta z)$. Если есть дополнительно основания предполагать, что поле в горизонтальных плоскостях носит изотропный характер, то число скалярных аргументов корреляционной функции уменьшается до двух $B_u = B_u(\mathbf{r}) = B_u\left(\Delta r_{xy},\Delta z\right)$, где Δr_{xy} — горизонтальное расстояние. Также естественным является выбор цилиндрической системы координат (r,φ,z). Тогда АКФ стационарного поля может быть записана в виде $B_u = B_u(\mathbf{r}) = B_u(\Delta r,\Delta\varphi,\Delta z)$, для изотропного поля $B_u = B_u(\mathbf{r}) = B_u(\Delta r,\Delta z)$.

При региональных и планетарных исследованиях необходимо учитывать сферичность поверхности Земли. Естественной системой координат при этом является сферическая (r,θ,φ). АКФ стационарного поля записывается в этом случае в виде $B_u = B_u(\mathbf{r}) = B_u(\Delta r,\Delta\theta,\Delta\varphi)$. Для поля изотропного на сферах, коцентрических поверхности Земли, можно положить $B_u = B_u(\mathbf{r}) = B_u\left(\Delta r,\Delta R_\oplus\right)$, где $\Delta R_\oplus$ — расстояние вдоль поверхности Земли, измеренное по дуге большого круга: $\Delta R_\theta\left(\mathbf{p}_i,\mathbf{p}_j\right) = R_\oplus \gamma_{ij}$, где $R_\oplus$ — средний радиус Земли, $\gamma_{ij} = \arccos\left(\cos\theta_i\cos\theta_j + \sin\theta_i\sin\theta_j\cos\left(\varphi_j-\varphi_i\right)\right)$.

Рассмотрим далее задачу оптимальной фильтрации аномалий случайных потенциальных полей, заданных на дискретном наборе точек $\{\mathbf{p}_i\}, i=1,\ldots,N$, в одном из рассмотренных конечномерных пространств.

МЕТОД

Пусть наблюдаемые значения являются аддитивной смесью «полезного» сигнала $f(\mathbf{p}_i)$ и «шума» $\eta(\mathbf{p}_i)$: $u(\mathbf{p}_i) = f(\mathbf{p}_i) + \eta(\mathbf{p}_i)$ (как всегда, понятия полезного сигнала и шума условны и зависят от характера решаемой геофизической задачи). Случайные поля $f(\mathbf{p}_i)$ и $\eta(\mathbf{p}_i)$ охарактеризованы своими корреляционными функциями $B_f(\mathbf{r})$ и $B_\eta(\mathbf{r})$.

В практике разведочной гравиметрии и магнитометрии мы лишены возможности наблюдать ансамбль реализаций случайного поля: дана лишь одна реализация, полученная в результате эксперимента. Поэтому, в основу всего дальнейшего положено представление об эргодичности случайных полей f и η, откуда сразу следует их стационарность (вопросы методологии и правомерности использования аппарата случайных функции в теории интерпретации аномалий потенциальных полей затронуты, в частности, в работе (Гордин и др., 1984) и здесь не рассматриваются). Дополнительно предположим, что поля f и η стационарно связаны и некогерентны, то есть их взаимная корреляционная функция равна нулю, следовательно: $B_u(\mathbf{r}) = B_f(\mathbf{r}) + B_\eta(\mathbf{r})$.

Задача оптимальной интерполяции – найти, при сформулированных выше предположениях относительно свойств случайных компонентов, оценку значений полезного сигнала $\hat{f}\left(\mathbf{q}_j\right)$ на некотором множестве точек $\left\{\mathbf{q}_j\right\}, j=1,\ldots,M$, обеспечивающую минимум математического ожидания квадрата погрешности этой оценки относительно истинного сигнала (Левин, 1989):

$$\varepsilon^2 = \mathbf{E}\left\{\left(\hat{f}\left(\mathbf{q}_j\right) - f\left(\mathbf{q}_j\right)\right)\right\} \qquad (1)$$

среди всех возможных линейных оценок, то есть оценок, получаемых линейным преобразованием значений $u(\mathbf{p}_i)$:

$$\hat{f}(\mathbf{q}_j) = \sum_{i=1}^{N} h_{ji} u(p_i). \quad (2)$$

Задача поиска оптимальной оценки $\hat{f}(\mathbf{q}_j)$, таким образом, сводится к поиску значений весовых коэффициентов h_{ji}. В случае, если $N = M$ и множества точек $\{\mathbf{p}_i\}$ и $\{\mathbf{q}_j\}$ совпадают, имеем дело с оптимальной фильтрацией (разделением поля на компоненты), в противном случае оценка (2) представляет собой оптимальную интерполяцию полезного сигнала, которая, в частности, может быть использована для перенесения результатов измерений в нерегулярно расположенных пунктах наблюдений в узлы регулярной сетки.

В дальнейшем изложении будем следовать логике построения оптимального фильтра для одномерного непрерывного сигнала, изложенной в работе (Левин, 1989), обобщая соответствующие выражения для конечномерного дискретного пространства точек.

Подставим (2) в (1), выполним алгебраические преобразования, и внесем оператор математического ожидания под знак суммы. Получим:

$$\begin{gathered}\varepsilon^2 = \mathbf{E}\left\{f^2(\mathbf{q}_j)\right\} - 2\sum_{i=1}^{N} h_{ji}\mathbf{E}\left\{u(\mathbf{p}_i) f(\mathbf{q}_j)\right\} + \\ \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} h_{ji}h_{jk}\mathbf{E}\left\{u(\mathbf{p}_i)u(\mathbf{p}_k)\right\} = \sigma_f^2 + \overline{f}^2 \\ -2\sum_{i=1}^{N} h_{ji}B_{uf}(\mathbf{p}_i - \mathbf{q}_j) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} h_{ji}h_{jk}B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i)\end{gathered}, \quad (3)$$

где σ_f^2 — дисперсия и $\overline{f}$ — математическое ожидание полезного сигнала. Отметим, что:

$$\begin{gathered}B_{uf}(r) = \mathbf{E}\left\{\left(f(s) + \eta(s)\right) f(s+r)\right\} \\ = B_f(r) + B_{\eta f}(r) = B_f(r)\end{gathered}. \quad (4)$$

Для каждого фиксированного узла $\mathbf{q}_j$, для которого строится оценка $\hat{f}(\mathbf{q}_j)$, можно представить значения АКФ $B_f(\mathbf{q}_j - \mathbf{p}_i), i = 1,\ldots,N$ полезного сигнала *f* в виде линейной комбинации значений АКФ $B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i), k = 1,\ldots,N$ полного поля $u = f + \eta$:

$$B_f(\mathbf{p}_i - \mathbf{q}_j) = \sum_{k=1}^{N} h_{jk}^* B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i), \quad (5)$$

где h_{jk}^*, $j = 1,\ldots,M$; $k = 1,\ldots,N$ — набор коэффициентов, который (для каждого *j* отдельно) может быть определен из решения системы уравнений (5). Подставляя (5) в (3) и учитывая (4), получим:

$$\begin{gathered}\varepsilon^2 = \sigma_f^2 + \overline{f}^2 - 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} h_{ji}h_{jk}^* B_f(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i) + \\ \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} h_{ji}h_{jk}B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i)\end{gathered}. \quad (6)$$

Рассмотрим следующее выражение:

$$\begin{gathered}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\left(h_{ji} - h_{ji}^*\right)\left(h_{jk} - h_{jk}^*\right)B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i) = \\ \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} h_{ji}h_{jk}B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i) + \\ \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} h_{ji}^*h_{jk}^*B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i) - \\ 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} h_{ji}h_{jk}^*B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i)\end{gathered}. \quad (7)$$

Сопоставляя (6) и (7) видим, что:

$$\begin{gathered}\varepsilon^2 = \sigma_f^2 + \overline{f}^2 - \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} h_{ji}^*h_{jk}^*B_f(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i) \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\left(h_{ji} - h_{ji}^*\right)\left(h_{jk} - h_{jk}^*\right)B_u(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i)\end{gathered}. \quad (8)$$

Как известно (Тутубалин, 1992), корреляционная функция произвольного случайного поля $\xi(s)$ является ядром неотрицательно определенной квадратичной формы, то есть для любого $m \geq 0$ и любых комплексных постоянных c_1, ..., c_{m}

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_i c_j B_\xi(s_i, s_j) \geq 0. \quad (9)$$

Следовательно, последнее слагаемое в правой части (8) неотрицательно, а три первых слагаемых не зависят от выбора искомых значений весовых коэффициентов h_{ji}. Следовательно, минимум ε^2 будет соответствовать такому выбору коэффициентов h_{ji}, который обращает последнее слагаемое (8) в ноль, то есть $h_{ji} = h_{ji}^*$, где h_{ji}^* определяются (для каждого узла $\mathbf{q}_j$) из решения системы уравнений (5). Эта система уравнений является конечномерным аналогом интегрального уравнения Винера — Хопфа.

Предположим теперь дополнительно, что математические ожидания стационарных случайных полей *f* и η равны нулю. Введем нормированные АКФ полей:

$$\begin{gathered}R_f(\mathbf{r}_{ij}) = \left(\sigma_f^2\right)^{-1} B_f(\mathbf{r}_{ij}); \\ R_\eta(\mathbf{r}_{ij}) = \left(\sigma_\eta^2\right)^{-1} B_\eta(\mathbf{r}_{ij})\end{gathered}. \quad (10)$$

С использованием этих обозначений система (1.5) может быть переписана в виде:

$$R_f(\mathbf{r}_{ji}) = \sum_{k=1}^{N} h_{jk}\left(R_f(\mathbf{r}_{ki}) + \rho^{-1}R_\eta(\mathbf{r}_{ki})\right), \quad (11)$$

где $\rho = \sigma_f^2 / \sigma_\eta^2$ — отношение сигнал-шум; фиксированный индекс *j*, как и раньше определяет узел $\mathbf{q}_j$ для которого ищется оценка (2).

Перейдем к векторно-матричной форме записи. Для каждого узла $\mathbf{q}_j$ определение весовых коэффициентов h_{ji} сводится к решению системы линейных уравнений:

$$\mathbf{Ch}^{(j)} = \mathbf{b}^{(j)},\ j = 1,\ldots,M, \quad (12)$$

где элементы матрицы

$$\mathbf{C} = \{c_{ki}\},\ c_{ki} = R_f(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i) + \rho^{-1} R_\eta(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i)$$

не зависят от *j*, элементы вектора правой части $\mathbf{b}^{(j)} = \{b_i^{(j)}\},\ b_i^{(j)} = R_f(\mathbf{p}_i - \mathbf{q}_j)$, вектор неизвестных $\mathbf{h}^{(j)} = \{h_k^{(j)}\}$. Матрица **C**, очевидно, квадратная, размерности $N \times N$, векторы **b** и **h** также состоят из N элементов. В этих обозначениях оценка (2) записывается в виде:

$$\begin{aligned}\hat{f}(\mathbf{q}_j) = \mathbf{h}^{(j)}\mathbf{u} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{b}^{(j)}\mathbf{u} = \left(\left(\mathbf{C}^{-1}\right)^T \mathbf{u}\right)\mathbf{b}^{(j)} \\ = \left(\left(\mathbf{C}^T\right)^{-1}\mathbf{u}\right)\mathbf{b}^{(j)} = \mathbf{m}\,\mathbf{b}^{(j)}\end{aligned}, \quad (13)$$

где $\mathbf{u} = \{u_i\} = \{u(\mathbf{p}_i)\},\ i = 1,\dots,N$, а вектор $\mathbf{m}$ — решение СЛАУ:

$$\mathbf{C}^T\mathbf{m} = \mathbf{u}. \quad (14)$$

Положим нормированные АКФ сигнала $R_f(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i)$ и шума $R_\eta(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i)$ равными полям модельных источников (например — точечных масс или магнитных диполей) единичной интенсивности (массы, дипольного момента), расположенных в точках с плановыми координатами соответствующими плановым координатам точек $\mathbf{p}_k$ и фиксированными глубинами h_f, h_η соответственно. То есть, расположим соответствующие источники непосредственно под точками наблюдения $\mathbf{p}_k$. В таком случае решение системы (14) соответствует интенсивностям этих модельных источников, которые порождают наблюденное поле **u**, а $\hat{f}(\mathbf{q}_j) = \mathbf{m}\,\mathbf{b}^{(j)}$ — совпадает со значениями аномального поля, порождаемыми в точках $\mathbf{q}_j$ одной системой источников, расположенных на глубине h_f.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, сделанный в работе (Гордин и др., 1980) вывод об эквивалентности оптимальной фильтрации и истокообразной аппроксимации аномалий потенциальных полей, заданных на горизонтальной плоскости, обобщен на случай произвольной дискретной системы наблюдений в конечномерном пространстве, в частности — в декартовых (для «плоской» Земли) или сферических (с учетом сферичности Земли) координатах. Это, в частности, открывает возможность использования оптимальной по Колмогорову—Винеру истокообразной аппроксимации для перенесения значений, измеренных на нерегулярной (в том числе — разновысотной) системе точек наблюдения $\mathbf{p}_i$, в узлы какой-либо регулярной сети $\mathbf{q}_j$.

Алгоритм построения оптимального фильтра, эквивалентного истокообразной аппроксимации, выглядит следующим образом:

1. Выполняется (тем или иным методом) оценка АКФ $\hat{R}_u(\mathbf{r}_{ik})$ наблюденного поля **u**.

2. Производится анализ изотропии оценки АКФ $\hat{R}_u(\mathbf{r}_{ik})$ по плановым (то есть, отличным от вертикали) координатам. В случае если $\hat{R}_u(\mathbf{r}_{ik})$ можно считать изотропной в качестве аппроксимирующих выбираются модельные источники, порождающие изотропное поле: точечные массы, вертикальные диполи, диски и др. В противном случае в качестве модельных целесообразно выбирать источники, порождающие азимутальную анизотропию, например — горизонтальные стержни либо вертикальные пластины конечного горизонтального размера.

Обозначим совокупность параметров соответствующих источников, отличных от плановых координат, через **a**. Например, для горизонтального стержня набор параметров будет: $\mathbf{a} = (h, l, \alpha)$, где h — глубина залегания, l — длина, α — угол между направлением оси стержня и географическим севером (азимут). Аномальное поле, порождаемое таким источником в точке $\mathbf{p}_i$, расположенным в точке с плановыми координатами $\mathbf{p}_k$, может быть записано в виде $F(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_k) = m\,F(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k; \mathbf{a})$, где m — интенсивность источника. В случае, если аппроксимируется магнитное поле в число параметров источника необходимо также включить направление его намагниченности, и учесть, что при этом даже симметричные, но косо намагниченные источники будут порождать анизотропное поле.

3. Положим $R_f(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k) = F(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k; \mathbf{a}_f)$, $R_\eta(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k) = F(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k; \mathbf{a}_\eta)$, где $\mathbf{a}_f$ и $\mathbf{a}_\eta$ — параметры источников, аппроксимирующих сигнал и шум, соответственно. Заметим, что $\mathbf{a}_f$ и $\mathbf{a}_\eta$ могут различаться как всеми своими компонентами, так и их частью. В частности, возможно, что различие состоит только в глубинах залегания соответствующих источников h_f и h_η, тогда как другие их параметры (размеры, азимуты и др.) берутся одинаковыми. Этот выбор делается на основании априорных представлений о типичном характере источника и о том, различен ли он для сигнала и шума. Компоненты $\mathbf{a}_f$ и $\mathbf{a}_\eta$ и отношение сигнал-шум ρ определяются из условия:

$$\min_{\mathbf{a}_f, \mathbf{a}_\eta, \rho}\left\|\hat{R}_u(\mathbf{r}) - \left(R_f(\mathbf{r}, \mathbf{a}_f) + \rho^{-1}R_\eta(\mathbf{r}, \mathbf{a}_\eta)\right)\right\|. \quad (15)$$

4. Находится решение системы (14) для матрицы **C** с компонентами

$$c_{ki} = R_f(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i; \mathbf{a}_f) + \rho^{-1}R_\eta(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i; \mathbf{a}_\eta).$$

5. Для каждого узла системы $\mathbf{q}_j$ определяется оценка сигнала в виде истокообразной аппроксимации:

$$\hat{f}\left(\mathbf{q}_j\right)=\sum_{k=1}^{N} m_k R_f\left(\mathbf{q}_j-\mathbf{p}_k;\mathbf{a}_f\right)=\sum_{k=1}^{N} m_k F\left(\mathbf{q}_j-\mathbf{p}_k;\mathbf{a}_f\right). \qquad (16)$$

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований ОНЗ РАН IV.8.7 «Интеллектуальный анализ геофизических данных, геоинформатика и математическая геофизика», проект «Методы моделирования и комплексной интерпретации геологических и геофизических данных».

Список литературы

Аронов В.И. К вопросу о редуцировании аномалий силы тяжести // В кн.: «Геофизическая разведка». Вып. 14. М. Гостоптехиздат. 1963. С. 80–91.

Бабаянц П.С., Блох Ю.И., Трусов А.А. Эффекты, связанные с изменением высот пунктов наблюдений, при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий // Материалы 33-й сессии Международного семинара «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей». Екатеринбург: Институт геофизики УрО РАН, 2006. С. 21–26.

Гордин В.М., Михайлов Б.О., Михайлов В.О. Физические аспекты аппроксимации и фильтрации аномальных полей // Физика Земли. 1980. № 1. С. 78–93.

Гордин В.М., Бабаева Т.М., Михайлов В.О. О статистической параметризации аномальных геопотенциальных полей // Геофизический журнал. 1984. Т.6. № 2. С. 55–63.

Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.

Страхов В.Н., Романюк Т.В., Фролова Н.К. Методы решения прямых задач гравиметрии используемых при моделировании глобальных и региональных гравитационных аномалий // Новые методы интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Москва. ИФЗ, 1989. С. 118–235.

Тутубалин В.Н. Теория вероятностей и случайных процессов. М.: МГУ, 1992. 400 с.

Bjerhammar A. Gravity reduction to a spherical surface. Technical report. Royal Institute of Technology, Geodesy Division, Stockholm, 1962. 314 p.

EQUIVALENCY OF THE KHOLMOGOROV-WIENER OPTIMAL INTERPOLATION AND EQUIVALENT SOURCES APPROXIMATION OF THE ANOMALOUS POTENTIAL FILEDS MEASURED AT ANY DISCRETE SET OF POINTS: THEORY

S.A. Tikhotskiy, D.Yu. Shur

Schmidt Physics of the Earth Institute, Russian Academy of Sciences; e-mail: sat@ifz.ru

The article shows that the optimal Kholmogorov — Wiener interpolation (filtration) of the anomalous potential fields that are measured over any discrete set of points in space is equivalent to the sourcelike approximation if the model correlation functions are specially selected. This result is the generalization of the analogous fact that had been proved in papers by V.M.Gordin and co-authors for the special case of the filed measured over a horizontal plane. The discrete analogue of the Wiener — Hoppf equation is constructed. The paper shows the way of selection of the model correlation functions that leads to the above mentioned equivalency. The authors suggest an algorithm for the problem solution. This result is useful for the interpolation and filtration of the Earth's anomalous potential fields for the irregular measurements at different heights, including the case where the Earth's sphericity is important.

Keywords: optimal interpolation of anomalous fields, geophysical data processing.