

УДК 551.2.3

## ОБ ОДНОМ НЕУЧТЕННОМ ИСТОЧНИКЕ ЭНЕРГИИ ТЕКТОНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

© 2013 Ю.Л. Ребецкий

*Институт физики Земли им. О.Ю.Шмидта РАН; e-mail: reb@ifz.ru*

Инверсия упругой жесткости в слоях тектоносферы Земли приводит к невыполнению принципа минимума потенциальной энергии упругих деформаций гравитационного напряженного состояния. Это означает возможность пластического/вязкого течения, обеспечиваемого уменьшающейся потенциальной упругой энергией. Рассматриваемое в работе явление представляет собой новый вид неустойчивости слоистой упругопластической среды в гравитационном поле напряжений.

*Ключевые слова: потенциальная энергия, гравитационное напряженное состояние, слоистая среда, неустойчивость.*

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в геодинамике единственным механизмом, обеспечивающим формирование внутрикорового течения только за счет собственной механической энергии, существующей в объеме, подверженном такому течению, считается плотностная инверсия (более плотный слой лежит на слое меньшей плотности). Другие механизмы деформирования слоев тектоносферы, включая термогравитационную конвекцию, требуют совершения работы на границах деформируемых объемов или подвода тепла извне, то есть источник энергии лежит за пределами деформируемого массива.

В настоящей работе представлен еще один механизм внутрикорового и, возможно, верхнемантийного течения, который также как течение из-за плотностной инверсии энергетически обеспечен внутренним механическим состоянием самой среды, не учитывавшимся ранее.

Теоретическая возможность течения слоисто-неоднородной среды из-за существования плотностной инверсии обосновывается теоремой Лагранжа – Дирихле, определяющей в качестве устойчивых механических систем те, которые обладают минимумом потенциальной энергии. Теорема А.М. Ляпунова определяет неустойчивыми состояниями, для которых не вы-

полняется принцип минимума потенциальной энергии.

Общепринято мнение, что в случае плотностной инверсии вязких жидкостей (неустойчивость Рэля – Тэйлора (Rayleigh, 1900)) требование теоремы Лагранжа – Дирихле относится к потенциальной энергии силы тяжести. Однако на самом деле теорема о минимуме относится к полной потенциальной энергии, в которую входит не только потенциальная энергия силы тяжести, но и механическая энергия – внутренняя энергия упругих деформаций.

В приложении к тектоносфере большая часть внутренней упругой энергии геосреды связывается с действием сил тяжести, то есть с гравитационным напряженным состоянием. Наибольший вклад в энергию этого состояния доставляет энергия упругого изменения объема, удельные значения которой для верхних слоев тектоносферы много больше энергии изменения формы (для коры более 95%, а для мантии более 99.9%).

Напомним, что удельная упругая энергия объемного деформирования пропорциональна квадрату литостатического давления  $p_{ll}$ :

$$W_{\infty} \approx \frac{p_{ll}^2}{2K} \quad (1)$$

где  $K$  – объемный упругий модуль.

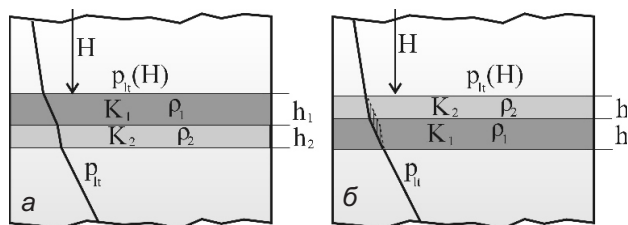
Интеграл по объему коры и мантии (нижняя и верхняя) дает значение этой энергии  $\sim 2.5 \cdot 10^{32}$  Дж.

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СЛОИСТОЙ ТЕКТОНОСФЕРЫ ПРИ ИНВЕРСИИ ПЛОТНОСТИ

Рассмотрим задачу течения слоистой среды с вязкой реологией, связанного с заданной в начальном состоянии инверсией плотности ее слоев и вытекающей отсюда неустойчивости состояния по А.М. Ляпунову. Будем рассматривать два разных взаимных положения для двух контактирующих слоев (далее двуслой) внутри массива: начальное, когда верхним являлся более плотный слой ( $\rho_1 > \rho_2$ ), и конечное, когда в результате течения верхним является уже менее плотный слой (рисунок).

В работе (Biot, Ode, 1965) при решении этой задачи на границе контакта слоев вводились дополнительные распределенные вертикальные силы – контактные напряжения. Необходимость введения подобных сил диктовалось способом построения решения задачи, который опирался на Эйлеровы координаты (параметры задачи отвечают координатам пространства, а не среды). Величина этих сил определялась амплитудой внедрения вверх и вниз соответственно более легкого (нижний слой) и более тяжелого (верхний слой) вещества. Введенные таким образом контактные напряжения позволяли ставить задачу о подборе оптимальной длины волны гармонического возмущения границы контакта, доставляющей максимальные скорости ее изменения (течения).

Если М. Био контактные напряжения определял на основании анализа силовой схемы (внедряющееся вверх легкое вещество создает силы плавучести, а погружающееся вниз более тяжелое вещество должно тонуть), то в работе Х. Рамберга (1985) постановка подобной задачи рассматривалась с энергетических позиций. Поскольку работа на внешних границах системы равна нулю, то Х. Рамберг предложил связывать скорость энергии вязкой диссипации



Расчетная схема в виде двух слоев разных упругих свойств и разной плотности, расположенных на глубине действия литостатического давления  $p_l(H)$ , при двух вариантах их взаимного положения (а, б). Ломаная сплошная линия определяет величины давления на разных глубинах. Заштрихованная область для второго состояния (б) характеризует изменение литостатического давления (потенциальной упругой энергии) в пределах двуслоя.

со скоростью уменьшения потенциальной энергии системы – «... тектонические движения происходят за счет уменьшения механического потенциала системы тел, принимающих участие в процессе» (Рамберг, 1985, стр. 16). Таким образом, он перешел от силовой постановки задачи к энергетической.

При этом Х. Рамберг заметил, что уменьшение общего механического потенциала происходит как за счет потенциальной энергии сил тяжести – гравитационный потенциал, так и за счет изменения положения вещества в поле гравитационного напряженного состояния, которое имеет разную интенсивность литостатического давления на разных глубинах. На рисунке показано, что в случае смены расположения слоев также изменяется и литостатическое давление, а, следовательно, изменяется и удельная потенциальная упругая энергия гравитационного напряженного состояния, которую можно считать согласно выражению (1).

Однако Х. Рамберг в своих теоретических исследованиях использовал модель несжимаемого вязкого тела, упругими свойствами которого пренебрегал, и поэтому он для учета изменения второй составляющей механического потенциала ввел понятие объемного потенциала  $\Phi_{on} = V p_{it}$  ( $V$  – объем тела, имеющий среднее давление  $p_{it}$ ). При этом удельную энергию объемного потенциала Х. Рамберг представлял в виде:

$$W_{on} = p_{it} \cdot \quad (2)$$

Анализируя взаимное соотношение изменений гравитационного и объемного потенциалов применительно к задаче плотностной инверсии двуслоя в массиве (рисунок), Х. Рамберг заметил, что они дают одинаковые значения. Он также показал, что в других задачах вязкого течения неоднородных сред в поле сил тяжести соотношения между изменениями этих потенциалов могут быть иными. Следует обратить внимание на различие между удельной упругой энергией изменения объема гравитационного напряженного состояния, представленной выражением (1), и удельной энергией объемного потенциала по Х. Рамбергу (2). В последнем отсутствует объемный упругий модуль, то есть его значение не зависит от свойств контактирующих материалов. Формально смена двух состояний двуслоя участка массива, представленная на рисунке, в рамках идеи Х. Рамберга приводит к тому, что в разнице двух потенциальных состояний действительно помимо потенциальной энергии сил тяжести присутствует дополнительный член, отражающий изменение давления в слоях двуслоя. Но фактически использованное Х. Рамбергом представление полной потенциальной энергии просто удваивает потенциальную энергию силы тяжести.

В дальнейших расчетах Х. Рамберг (1985) применительно к многослойным средам, использовал значения контактных напряжений, полностью совпадающие с теми, что были получены М. Био (Biot, Ode 1965):

$$F = (\rho_1 - \rho_2)g \zeta > 0 \text{ при } \zeta = \bar{\zeta} \sin \alpha x$$

и  $\alpha = 2\pi / L$ , (3)  
где  $\bar{\zeta}$  – амплитуда вертикальных перемещений границы контакта слоев, а  $L$  – длина волны гармонического возмущения границы.

На самом деле, все тела обладают упругой сжимаемостью. Без этого явления в теле не возникнет напряжений. Для жидкостей с близкой к нулю вязкостью, так же как и для жидкости, обладающей достаточной вязкостью, всестороннее давление, равное весу ее столба (гидростатическое давление), возникает за счет объемной упругой сжимаемости. Разница в том, что для твердых тел модуль объемного сжатия составляет величины порядка  $n \cdot 10^{9-11}$  Па ( $n \cdot 10^{4-6}$  кГ/см<sup>2</sup>), а для жидкости он на порядок меньше  $n \cdot 10^{8-9}$  Па ( $n \cdot 10^{3-4}$  кГ/см<sup>2</sup>). Заметим, что согласно (1) меньший на порядок модуль упругости для жидкости приводит к тому, что при одном и том же давлении удельная упругая энергия изменения объема жидкости больше, чем у твердых тел. Это позволяет рассматривать трещиноватые флюидонасыщенные среды как аккумулятор упругой энергии.

Если, следуя идеям Х. Рамберга учитывать полное изменение потенциальной энергии механической системы, но при этом использовать не гипотетический объемный потенциал, а потенциальную энергию упругих деформаций гравитационного напряженного состояния (1), то уравнение сохранения энергии, записанное в форме приращений, имеет вид:

$$dW_{cm} + dW_{od} + dQ = 0, \quad (4)$$

где  $dQ$  – величина энергии, перешедшей в тепло в процессе вязкого течения (диссипация).

Запишем значение изменения суммарной потенциальной энергии для вертикального столбца одинаковой ширины  $l$  в латеральном направлении и высотой, равной толщине двуслоя для двух состояний, представленных на рисунке:

$$\sum dW \approx \sum dW_{cm} + \sum dW_{od} = \left(1 + \frac{p_{li}}{K}\right) \sum dW_{cm}, \quad (5)$$

где  $\sum dW_{cm}$  и  $\sum dW_{od}$  – суммарная по объему разница потенциальной энергии соответственно силы тяжести и упругих деформаций гравитационного напряженного состояния (см. выражение (1)) в столбце двуслоя для двух вариантов их расположения (рисунок),  $p_{li} = p_{li}(H)$  – литостатическое давление на кровле двуслоя, а  $K$  – объемный упругий модуль, который предполагается оди-

наковым для обоих слоев двуслойного участка массива.

При записи выражения (5) вслед за Х. Рамбергом также пренебрегаем величиной девиаторных напряжений и не учитываем члены порядка  $\rho_i g h_i$  ( $i = 1, 2$ ) в сравнении со слагаемыми порядка  $p_{li}$  (большая глубина расположения двуслоя  $H \gg h_i$ ).

Если использовать (5), то вместо выражения (3) мы найдем другое выражение для контактных напряжений на внутренней границе двуслоя. При таком расчете используются принципы линейного механического анализа, базирующиеся на малости изменения геометрии границ объекта и его деформаций. Выражение для контактных напряжений в случае, когда упругие модули слоев не равны друг другу ( $K_2 \neq K_1$ ) выглядит следующим образом:

$$F = \left[ (\rho_1 - \rho_2) + p_{li} \left( \frac{\rho_1}{K_2} - \frac{\rho_2}{K_1} \right) \right] g \zeta. \quad (6)$$

Из выражения (6) легко заметить, что абсолютная величина контактных напряжений будет всегда больше, чем это определено выражением (3), если  $K_1 \geq K_2$ . В случае, если это условие не выполняется и нижний слой, обладающий меньшей плотностью, будет иметь большую упругую объемную жесткость, то абсолютные значения контактных напряжений будут меньше значений, следующих из выражения (3). При определенном соотношении упругих жесткостей этих слоев может измениться знак контактных напряжений ( $F < 0$ ), что будет говорить об устойчивости двуслойного участка массива и о невозможности вязкого течения, изменяющего конфигурацию слоев.

Из (6) также следует, что в случае слоев одинаковой плотности, но уменьшающейся с глубиной упругой жесткостью ( $K_1 > K_2$  – инверсия упругой жесткости) на границе слоев будет действовать сила, поддерживающая увеличение амплитуд вертикальных перемещений этой границы. Таким образом, двуслойный участок массива, в котором имеется инверсия упругой объемной жесткости по А.М. Ляпунову, находится в неустойчивом состоянии даже при отсутствии инверсии плотности.

Х. Рамберг предполагал сложность взаимоотношений двух потенциалов, входящих в полный механический потенциал системы. Однако отказ от учета упругих деформаций (несжимаемое вязкое тело) и введение гипотетического объемного потенциала не позволили ему корректно записать выражение для полного механического потенциала.

Выполнив анализ подходов по решению проблемы неустойчивости, вызванной плотностной инверсией, рассмотрим теперь более общий слу-

чай неустойчивости вертикально расслоенных сред, учитывая при этом тот факт, что потенциальная механическая энергия системы включает как потенциальную энергию сил тяжести, так и потенциальную энергию упругих деформаций, вызываемую действием гравитационного напряженного состояния.

### АНАЛИЗ ВЫПОЛНЕНИЯ МИНИМУМА ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ СЛОИСТОЙ СРЕДЫ

Вернемся снова к рассмотрению двух бесконечных плоских слоя мощности  $h_i$ , обладающих разной плотностью и разной упругой сжимаемостью (компетентный и некомпетентный слой), и сравним упругую энергию этих слоев при разном их взаимном расположении в поле силы тяжести (рисунок). Также как и ранее будем считать, что эти слои контактируют друг с другом и расположены в массиве на глубине, определяющей уровень литостатического давления равный  $p_H(H)$ . Также будем пренебрегать при расчетах девиаторными напряжениями. Для упругопластических тел подобная ситуация может быть обеспечена низкими значениями предела текучести, а для вязких тел – большой длительностью процесса существования начального гравитационного состояния.

В соответствии со сделанными предположениями можно рассчитать энергию упругих деформаций двуслойного участка массива для его вертикального столбца ( $h_1 + h_2$ ) единичной латеральной ширины ( $1_x, 1_y$ ) каждого из представленных на рисунке состояний.

Взяв разницу значений для первого и второго состояний, мы получим величину изменения энергии упругих деформаций при смене взаимного расположения слоев в двуслой. Если эту величину дополнить изменением потенциальной энергии силы тяжести, то получим изменения полной потенциальной энергии в объеме вертикального столбца в пределах двуслойного участка массива.

Устойчивость первого состояния (рисунок, а) определяется требованием меньших значений полной потенциальной энергии в столбце для первого состояния в сравнении со вторым. Из этого условия для случая разных плотностей и упругих свойств слоев следует неравенство:

$$\left[ p_H \left( \frac{\rho_1}{K_2} - \frac{\rho_2}{K_1} \right) + \rho_1 - \rho_2 \right] h_1 h_2 1_x 1_y \leq 0. \quad (7)$$

Обратим внимание, что левая часть неравенства с точностью до константы совпадает с выражением для дополнительных контактных напряжений (6), полученных совершенно из других соображений.

Выражение (7) можно преобразовать к виду:

$$\frac{p_H}{\bar{K}} \frac{\Delta K}{\bar{K}} + \chi \frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}} \geq 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} \Delta K = K_2 - K_1 \\ \bar{K} = K_2 + K_1 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 \\ \bar{\rho} = \rho_2 + \rho_1 \end{cases}, \quad \chi = 1 - \left( \frac{\Delta K}{\bar{K}} \right)^2 + \frac{p_H}{\bar{K}}. \quad (8)$$

Из условия (8) видно, что если  $\Delta \rho > 0$  и  $\Delta K > 0$  (плотность и упругая жесткость слоев с глубиной возрастает), то состояние устойчивое всегда.

Если же  $\Delta \rho < 0$  и  $\Delta K < 0$  (плотность и упругая жесткость слоев с глубиной уменьшается), то из (8) следует, что состояние всегда неустойчивое.

Для  $\Delta \rho > 0$  и  $\Delta K < 0$  (с глубиной плотность возрастает, и упругая жесткость слоев уменьшается) *неустойчивым* может быть состояние, для которого выполняется условие:

$$\frac{p_H}{\bar{K}} \frac{|\Delta K|}{\bar{K}} > \chi \frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}}. \quad (9)$$

В случае, когда  $\Delta \rho < 0$  и  $\Delta K > 0$  (инверсия плотности при возрастании упругой жесткости слоев с глубиной), состояние может сохранить устойчивость, если выполнится условие:

$$\frac{p_H}{\bar{K}} \frac{\Delta K}{\bar{K}} \geq \chi \frac{|\Delta \rho|}{\bar{\rho}}. \quad (10)$$

Согласно (10), даже если существует инверсия плотности ( $\Delta \rho < 0$ ), то среда может сохранять стабильность при определенной степени увеличения упругой жесткости с глубиной.

Таким образом, согласно (8) даже при отсутствии в массиве резких изменений плотности появление упруго-жестких слоев в окружении менее жестких (компетентный слой в окружающем некомпетентном массиве) является признаком неустойчивого состояния (невыполнение условия (7)).

Отметим еще одно важное свойство проявления инверсии упругой жесткости в слоях тектоносферы, вытекающее из выражения (8). С глубиной влияние этого фактора возрастает. Этот эффект еще более возрастает, если учитывать уменьшение эффективных значений объемного упругого модуля пород, вызываемым долговременным влиянием флюида, находящегося под давлением в трещинно-поровом пространстве.

Также заметим, что по характеру своего воздействия на неустойчивость и по последствиям инверсия упругой жесткости очень похожа на инверсию плотности. Поэтому в первом приближении можно использовать уже существующие результаты по расчету доминантной волны и оценки скорости изменения рельефа границ вязких многослойных сред, полученные в работе (Рамберг, 1985). Для этого необходимо сделать некоторые коррективы, введя эффективную разность плотностей, в которой следует учесть энергетический вклад в процесс течения инверсии упругой жесткости (7).



## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

В результате выполненных исследований удалось выявить новый вид неустойчивого состояния слоистой среды, имеющей глубинную инверсию упругой объемной жесткости. Сопоставление двух крайних состояний такой двуслойной среды, одно из которых начальное, а другое конечное, формирующееся за счет перераспределения вещества в процессе пластического/вязкого течения, определяет невыполнение начальным состоянием минимума потенциальной упругой энергии, что и говорит о неустойчивости состояния среды по А.М. Ляпунову. Показано, что для малых изменений поверхности контакта слоев также происходит уменьшение потенциальной энергии упругих деформаций.

Обратим внимание на тот факт, что данную проблему можно отнести к классическим задачам механики твердого тела и гидромеханики, рассмотрение которых считалось завершенным к началу XX века. Однако выяснилось, что одна из очень интересных задач оказалась упущенной.

С.А. Аррениус (Arrhenius, 1912) в начале XX в. предложил использовать аналогию вязкого течения, возникающего из-за неустойчивости несжимаемых жидкостей, имеющих инверсию глубинного распределения плотности, для объяснения формирования некоторых геологических структур земной коры. Эта идея дала импульс большому числу тектонофизических экспериментов (Л. Нелтон, Т. Паркер, А. Мак-Доуэлл, Х. Барнер, Д. Туркот, В.Г. Гутерман и др.), в которых исследовались различного типа тектонические структуры, формирующиеся в процессе всплывания менее тяжелой вязкой жидкости. Эти эксперименты имели не только фундаментальное, но и прикладное значения, так как в них моделировались и геологические объекты нефте-газоносных месторождений.

Основной проблемой применения модели вязкого течения из-за инверсии плотности для решения фундаментальных проблем геодинамики состояла в том, что резко-контрастные плотностные градиенты в породах земной коры возможны только в осадочных бассейнах и связаны они, как правило, с наличием солей. Инверсия упругой жесткости в коре наблюдается значительно чаще и выражена существенно более интенсивно, что дает возможность использовать данное явление для объяснения механизма формирования значительно более широкого класса тектонических объектов.

Еще раз отметим, что важную роль в расчетах неустойчивости, вызываемой инверсией упругой жесткости, будет играть эффективный модуль

объемной упругой жесткости, на величину которого большое влияние оказывает степень его трещиноватости и заполненности флюидом под давлением. Существующие экспериментальные данные показывают, что можно ожидать падение значений эффективного модуля на величину в полпорядка и более в сравнении с сухими породами. Так для слабосцементированных осадочных пород (глин, уплотненных песков и др.) он может снизиться с  $n \cdot 10^9$  Па до  $n \cdot 10^8$  Па, а для уже сцементированных пород коры понизиться до  $n \cdot 10^9$  Па. В этом случае за счет влияния литостатического давления (см. выражение (8)) вклад энергетический инверсии жесткости резко возрастает.

Х. Рамберг (1985) впервые обратил внимание на необходимость учета при анализе неустойчивого состояния вязких сред, вызываемого инверсией плотности, также и энергии гравитационного напряженного состояния. Однако в своих расчетах он, оставаясь на позиции реологии среды в виде несжимаемой жидкости, не заметил, что упругую неоднородность слоистой среды можно рассматривать как самостоятельный фактор в геодинамике.

Явление неустойчивости гравитационного напряженного состояния необходимо использовать при интерпретации геофизических данных, что позволит выполнять районирование коры по потенциальной энергии, способной дать вклад в тектоническое течение. В свою очередь эти данные могут оказаться важным элементом оценки потенциальной тектонической и сейсмической активности, а также помочь в разработке новых физических моделей очага землетрясений. В геодинамике данное явление может способствовать развитию давно известных представлений о роли внутренних факторов в тектонике континентов. Рассмотренные в работе идеи также должны дать новый импульс теоретическим исследованиям по проблеме складкообразования.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 09-05-00892 и программы № 6 ОНЗ РАН.

## Список литературы

- Рамберг Х.* Сила тяжести и деформации в земной коре. М.: Недра, 1985. 399 с.
- Arrhenius S.* Zur Physik der Salzlagerstätten. Medd. Vetenskaps akademiens Nobel institut. 1912. V. II. № 20. P. 1-25.
- Biot M.A., Ode Y.* Theory of gravity instability with variable overburden and compaction // Geophysicst. 1965. V. XXX, № 2. P. 213-227.
- Rayleigh Lord.* Investigation of the character of the equilibrium of an incompressible heavy fluid of variable density // Scientific Papers. Cambridge Univ. Press. 1900. P. 200-207.

ОБ ОДНОМ НЕУЧТЕННОМ ИСТОЧНИКЕ ЭНЕРГИИ  
ON AN ENERGY MISSING SOURCES TECTONIC PROCESSES

**Yu.L. Rebetsky**

*Schmidt institute of physics of the Earth RAS*

The inversion of the elastic strength in the layers of the Earth tectonosphere leads to non-compliance with the principle of minimum potential energy of elastic deformation of the gravitational stress. This means the possibility of plastic / viscous flow provided by decreasing the elastic potential energy. Considered in the work of the phenomenon is a new type of instability layered elastic-plastic medium in the gravitational field of stress.

*Keywords: potential energy, gravitational stress, tectonic flow, the instability.*